



## STECKBRIEF

# Chi-Quadrat-Test auf Unabhängigkeit

### WORUM GEHT'S?

Um die Frage, ob zwischen zwei nominalskalierten Merkmalen ein Zusammenhang besteht.

### IN WELCHER WELT DER STATISTIK SIND WIR?

Inferenzstatistik, Welt der Zusammenhänge

### BEISPIELE

Es liegt ein Zusammenhang zwischen der Produktivität (hoch / niedrig) und der Arbeitsstelle vor (Homeoffice / Büro). (ungerichtet)

Die Nationalität hängt mit der Konfession zusammen. (ungerichtet).

Es besteht ein Zusammenhang zwischen der Hochschulart und der verwendeten Statistik-Software. (ungerichtet)

### HINWEISE:

- Es werden gewöhnlich ungerichtete Hypothesen getestet. Gerichtete Hypothesen sind nur bei zwei zweifach gestuften Merkmalen möglich.
- Das Ergebnis ist ein empirischer Chi-Quadrat-Wert, der in die Chi-Quadrat-Verteilung, die dazugehörige Testverteilung fällt
- Nur ein Messzeitpunkt

### VORAUSSETZUNGEN

- Jede VP muss eindeutig einer bestimmten Merkmalskombination (z. B. hohe Produktivität und Homeoffice) zugeordnet werden können.
- Die Beobachtungen müssen voneinander unabhängig sein.
- Die beiden Variablen sind kategorial, d. h. nominal- oder ordinalskaliert
- Es dürfen in nicht mehr als 20% aller Zellen erwartete Häufigkeiten kleiner 5 vorhanden sein.

### ALTERNATIVE BEI VERLETZUNG DER LETZTEN VORAUSSETZUNG UND/ODER KLEINER STICHPROBE

Exakter Test nach Fisher

### BERECHNUNG PER HAND

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^l \frac{(n_{ij} - m_{ij})^2}{m_{ij}} = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^l \frac{(\text{beo.} - \text{erw.})^2}{\text{erw.}}$$

Von den beobachteten Häufigkeiten werden die erwarteten abgezogen, ins Quadrat gesetzt und dann durch die erwarteten Häufigkeiten geteilt.

Dies wird für jede Zelle durchgeführt und am Schluss alles zusammengezählt.

Die erwarteten Häufigkeiten errechnen sich, indem man für jede Zelle die dazugehörige Zeilen- und Spaltensumme multipliziert und anschließend durch  $N$  teilt.



### Bestimmung der Freiheitsgrade:

Die Freiheitsgrade werden berechnet, indem von der Anzahl der Ausprägungen des einen Merkmals ( $k$ ) und der Anzahl an Ausprägungen des anderen Merkmals ( $l$ ) jeweils 1 abgezogen und das Ergebnis dann multipliziert wird:

$$df = (k - 1) \cdot (l - 1)$$

### EFFEKTSTÄRKE KLEIN OMEGA

#### Formel:

$$w = \sqrt{\frac{\chi^2}{N}}$$

#### Interpretationsvorschläge von Cohen (1988):

- Kleiner Effekt:  $w = 0,1$
- Mittlerer Effekt:  $w = 0,3$
- Großer Effekt:  $w = 0,5$

### BERECHNUNG MIT SPSS

$H_1$ : Es besteht ein Zusammenhang zwischen dem Geschlecht (old school: weiblich / männlich) und dem Glauben an ein Leben nach dem Tod. (ungerichtet)

**Geschlecht \* Glaube an Leben nach dem Tod  
Kreuztabelle**

Anzahl		Glaube an Leben nach dem Tod		Gesamt
		Ja	Nein	
Geschlecht	Männlich	60	21	81
	Weiblich	83	13	96
Gesamt		143	34	177

**Chi-Quadrat-Tests**

	Wert	df	Asymptotische Signifikanz (zweiseitig)	Exakte Sig. (zweiseitig)	Exakte Sig. (einseitig)
Pearson-Chi-Quadrat	4,342 <sup>a</sup>	1	,037		
Kontinuitätskorrektur <sup>b</sup>	3,580	1	,058		
Likelihood-Quotient	4,343	1	,037		
Exakter Test nach Fisher				,054	,029
Zusammenhang linear-mit-linear	4,317	1	,038		
Anzahl der gültigen Fälle	177				

a. 0 Zellen (0,0%) haben eine erwartete Häufigkeit kleiner 5. Die minimale erwartete Häufigkeit ist 15,56.

b. Wird nur für eine 2x2-Tabelle berechnet



### Symmetrische Maße

		Wert	Näherungsweise Signifikanz
Nominal- bzgl. Nominalmaß	Phi	-,157	,037
	Cramer-V	,157	,037
Anzahl der gültigen Fälle		177	

#### SPSS GIBT DREI BEREICHE AUS:

- Zunächst die Kreuztabelle, die du bei einem signifikanten Ergebnis zum Interpretieren brauchst.
- Danach siehst du die Ergebnisse des Chi-Quadrat-Tests.
- Als letztes folgen die verfügbaren Effektgrößen.

Alternativ ist es auch möglich, sich statt der einfachen Kreuztabelle zudem die erwarteten Häufigkeiten ausgeben zu lassen:

**Geschlecht \* Glaube an Leben nach dem Tod Kreuztabelle**

		Glaube an Leben nach dem Tod		Gesamt	
		Ja	Nein		
Geschlecht	Männlich	Anzahl	60	21	81
		Erwartete Anzahl	65,4	15,6	81,0
	Weiblich	Anzahl	83	13	96
		Erwartete Anzahl	77,6	18,4	96,0
Gesamt		Anzahl	143	34	177
		Erwartete Anzahl	143,0	34,0	177,0

#### SO LIEST DU DIE ERGEBNISSE AB:

##### 1. Schritt: Kreuztabelle ansehen

Hier kannst du dir ein Bild davon machen, ob ein Muster in den Daten erkennbar ist.

In der obigen Ausgabe sehen wir beim Vergleich der beobachteten („Anzahl“) mit den erwarteten Häufigkeiten, dass die Damen eher zum Glauben an ein Leben nach dem Tod neigen als die Herren.

##### 2. Schritt: Ergebnis ablesen

Du liest bei „Pearson Chi-Quadrat“ in der ersten Zeile den **Chi-Quadrat-Wert** von 4,34 ab.

Bei einer 2 x 2-Tabelle wie dieser hier kann man auch den Wert von 3,58 bei „Kontinuitätskorrektur“ ablesen.

Erkundige dich bitte bei deiner Hochschule, welchen der Werte du in diesem Fall verwenden solltest. Hier wäre das Ergebnis bei Verwendung der Kontinuitätskorrektur nicht signifikant.

Die Signifikanz liest du in der ersten Zeile (oder der zweiten, wenn du die Kontinuitätskorrektur verwendest) bei **Asymptotische Signifikanz (zweiseitig)** ab: der  $p$ -Wert beträgt bei Pearson-Chi-Quadrat  $p = 0,037$  und bei der Kontinuitätskorrektur  $p = 0,058$ .

#### ÜBRIGENS:

**Beim Testen mit Statistik-Programmen brauchst du keinen kritischen Wert, sondern liest nur den  $p$ -Wert ab!**

Das  $p = 0,037$  bei Pearsons Chi-Quadrat zeigt einen signifikanten Zusammenhang zwischen dem Geschlecht und dem Glauben an ein Leben nach dem Tod.

In der Fußnote der Ergebnisausgabe siehst du bei „a.“, dass 0 Zellen eine erwartete Häufigkeit kleiner 0 aufweisen und somit die Voraussetzungen für den Chi-Quadrat-Test erfüllt sind.



### 3. Schritt: Bei signifikantem Ergebnis die Effektstärke bestimmen

SPSS gibt hier nicht Klein Omega aus, sondern Phi und Cramérs Phi. Beide Werte deuten auf einen kleinen Effekt hin.

## BERECHNUNG MIT R

### SO LIEST DU DIE ERGEBNISSE AB:

#### 1. Schritt: Kreuztabelle ansehen

	Ja	Nein	Sum
Männlich	60	21	81
Weiblich	83	13	96
Sum	143	34	177

```
chisq.test(tab.1) $expected
```

	Ja	Nein
Männlich	65.44068	15.55932
Weiblich	77.55932	18.44068

Hier kannst du dir ein Bild davon machen, ob ein Muster in den Daten erkennbar ist.

Wir sehen beim Vergleich der beobachteten (obere Ausgabe) mit den erwarteten Häufigkeiten (untere Ausgabe), dass die Damen eher dazu neigen, an ein Leben nach dem Tod zu glauben, als die Herren.

#### 2. Schritt: Ergebnis ablesen

##### Pearson's Chi-squared test

-----  
Chi<sup>2</sup> = 4.341648      d.f. = 1      p = 0.0371909

##### Pearson's Chi-squared test with Yates' continuity correction

-----  
Chi<sup>2</sup> = 3.580319      d.f. = 1      p = 0.05846793

Minimum expected frequency: 15.55932

Du liest bei „Pearson's Chi-squared test“ in der ersten Zeile den **Chi-Quadrat-Wert** von 4,34 ab.

Bei einer 2 x 2-Tabelle wie dieser hier kann man auch den Wert von 3,58 bei „Yates' continuity correction“ ablesen.

Erkundige dich bitte bei deiner Hochschule, welchen der Werte du in diesem Fall verwenden solltest. Hier wäre das Ergebnis bei Verwendung der Kontinuitätskorrektur nicht signifikant.

Die Signifikanz liest du beim **p-Wert** ab: dieser beträgt bei Pearson-Chi-Quadrat  $p = 0,037$  und bei der Kontinuitätskorrektur  $p = 0,058$ .



### ÜBRIGENS:

**Beim Testen mit Statistik-Programmen brauchst du keinen kritischen Wert, sondern liest nur den  $p$ -Wert ab!**

Das  $p = 0,037$  bei Pearsons Chi-Quadrat zeigt einen signifikanten Zusammenhang zwischen dem Geschlecht und dem Glauben an ein Leben nach dem Tod.

In der Fußnote der Ergebnisausgabe siehst du die kleinste erwartete Häufigkeit mit 15,56 angegeben. Das bedeutet, dass 0 Zellen eine erwartete Häufigkeit kleiner 0 aufweisen und somit die Voraussetzungen für den Chi-Quadrat-Test erfüllt sind.

### 3. Schritt: Bei signifikantem Ergebnis die Effektstärke bestimmen

Cohen $w$ 0.1566
---------------------

Klein Omega beträgt 0,1566 was auf einen kleinen Effekt hindeutet.

### ERGEBNIS KORREKT BERICHTEN

Im Gegensatz zur händischen Berechnung kommt bei der Auswertung mit Statistik-Programmen die Angabe des  $p$ -Wertes hinzu.

So sieht der korrekte Bericht aus:

Es besteht ein signifikanter Zusammenhang zwischen dem Geschlecht und dem Glauben an ein Leben nach dem Tod,  $\chi^2(1) = 4,34, p = 0,037, \omega = 0,16$ .

### INTERPRETATION FÜR TANTE ERNA



Wir haben untersucht, ob es einen Zusammenhang zwischen dem Geschlecht und dem Glauben an ein Leben nach dem Tod gibt.

Es hat sich gezeigt, dass tatsächlich ein signifikanter Zusammenhang vorliegt und dieser jedoch ein kleiner und somit praktisch wenig relevanter Effekt ist: Frauen neigen eher dazu, an ein Leben nach dem Tod zu glauben als Männer.