



STECKBRIEF

Konfidenzintervall für den Mittelwert

WORUM GEHT'S?

Man möchte ausgehend von einem Stichproben-Mittelwert einen Bereich definieren, in dem sich der „wahre“ Mittelwert in der Grundgesamtheit, der Erwartungswert μ , mit einer bestimmten Wahrscheinlichkeit befindet.

IN WELCHER WELT DER STATISTIK SIND WIR?

Inferenzstatistik: In der Welt der Schätzung von Kennwerten – und hier bei der Intervallschätzung.

BEISPIEL

Es soll die durchschnittliche Selbstakzeptanz bei Jugendlichen zwischen 13 und 19 Jahren geschätzt werden.

Nun wird für den Mittelwert aus einer Stichprobe von 40 Jugendlichen ein Konfidenzintervall (= CI) berechnet, um einen Bereich zu bestimmen, in dem sich der gesuchte Populationsmittelwert mit einer z. B. 95%igen Wahrscheinlichkeit befindet.

Die Selbstakzeptanz wird auf einer Skala von 0 – 10 erhoben.

Bei unserer Untersuchung kommt ein Stichprobenmittelwert von 5,9 heraus und das dazu berechnete 95%ige CI ist:

CI = [5,4; 6,4] (Die Interpretation folgt auf Seite 2)

FORMEL FÜR BEKANNTE VARIANZ / STANDARDABWEICHUNG

$$CI(\text{oder KI}) = \left[\bar{x} - z_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} ; \bar{x} + z_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right]$$

UND SO GEHT'S:

1. Schritt:

Mittelwert berechnen

2. Schritt:

Konfidenzniveau festlegen und z-Wert in der Tabelle der Verteilungsfunktion der Standardnormalverteilung nachschlagen

3. Schritt:

Standardfehler berechnen

4. Schritt:

Alles in die Formel einsetzen

KLEINE ERGÄNZUNG:

Die **Breite oder Länge eines CI** lässt sich mit dieser Formel berechnen:

$$\text{Länge (CI)} = 2 \cdot z_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \sigma_{\bar{x}}$$



FORMEL FÜR UNBEKANNTE VARIANZ / STANDARDABWEICHUNG

$$CI = \left[\bar{x} - t_{n-1; 1 - \frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{n}} ; \bar{x} + t_{n-1; 1 - \frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{n}} \right]$$

Anstatt eines z-Wertes verwenden wir nun einen t-Wert aus der t-Verteilung.

Um das gesuchte Quantil zu finden, müssen wir die Freiheitsgrade berechnen.
Das ist ganz einfach: $n - 1$

Für das Konfidenzniveau teilen wir wie zuvor das Alpha und ziehen es von 1 ab.

Für die Berechnung des Standardfehlers kommt die aus den Daten der Stichprobe geschätzte Populations-Standardabweichung zum Einsatz – daher das Dach auf dem Sigma.

BITTE BEACHTE:

Bei der Berechnung der geschätzten Populations-Standardabweichung musst du durch $n - 1$ teilen!

Das Vorgehen ist bis auf die Verwendung der t-Verteilung anstatt der Standardnormalverteilung gleich.

UND SO GEHT'S:

1. Schritt:

Mittelwert berechnen

2. Schritt:

Konfidenzniveau festlegen und t-Wert in der Tabelle der t-Verteilung nachschlagen

3. Schritt:

Standardfehler berechnen (bei der Berechnung der Standardabweichung durch $n - 1$ teilen!)

4. Schritt:

Alles in die Formel einsetzen

KLEINE ERGÄNZUNG:

Die **Breite oder Länge eines CI** lässt sich mit dieser Formel berechnen:

$$\text{Länge (CI)} = 2 \cdot t_{n-1; 1 - \frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{n}}$$

INTERPRETATION FÜR TANTE ERNA



Wir haben in unserer Studie herausgefunden, dass die durchschnittliche Selbstakzeptanz bei Jugendlichen auf einer Skala von 0 – 10 bei 5,9 liegt
(das ist ein leicht überdurchschnittlicher Wert, da 5 die Mitte der Skala ist).

Das lässt sich vermutlich nicht genau so auf alle Jugendlichen übertragen.
Aufgrund unserer Berechnungen gehen wir jedoch mit einer 95%igen Wahrscheinlichkeit davon aus, dass die wahre durchschnittliche Selbstakzeptanz aller Jugendlichen irgendwo zwischen 5,4 und 6,4 liegt.