



# Crashkurs schließende Statistik 1

Lern' die wichtigsten Grundlagen in kürzester Zeit!

# Ablauf Vormittag

09:00 – 09:50

**Einführung, Testverteilungen**

09:50 – 10:00

Pause

10:00 – 10:50

**Testverteilungen, Erwartungswert & Standardfehler**

10:50 – 11:10

Pause

11:10 – 12:00

**Konfidenzintervall für den Mittelwert**

12:00 – 12:10

Pause

12:10 – 13:00

**Hypothesentesten**

# Ablauf Nachmittag

13:00 – 14:00	Wohlverdiente Mittagspause!
14:00 – 14:50	<b><i>t</i>-Test für unabhängige &amp; abhängige Stichproben</b>
14:50 – 15:00	Pause
15:00 – 15:50	<b>Poweranalyse &amp; Cohens <i>d</i></b>
15:50 – 16:10	Pause
16:10 – 17:00	<b>Chi-Quadrat-Test</b>

Darf ich  
vorstellen?

Tante Erna!







Und  
natürlich:

Leonie!

# Schließende Statistik

*Was? Wofür?*



# Schließende Statistik

*Was?*

Sammlung von verschiedenen  
Methoden, um  
von einer Stichprobe auf die  
dazugehörige  
Grundgesamtheit / Population  
zu schließen



# Schließende Statistik

*Wofür?*

- Meist nicht möglich, alle in Frage kommenden Personen zu untersuchen
  - Schluss von einer repräsentativen Stichprobe auf die Population
  - Stellt Modelle zur Verfügung
- Typische Anwendungsbereiche:
  - Hypothesentests, Schätzen von Parametern

Schließende  
Statistik  
*Methoden*



**SCHÄTZUNG DES MITTELWERTS  
in der Population**

**SCHÄTZUNG VON ANTEILEN  
in der Population**

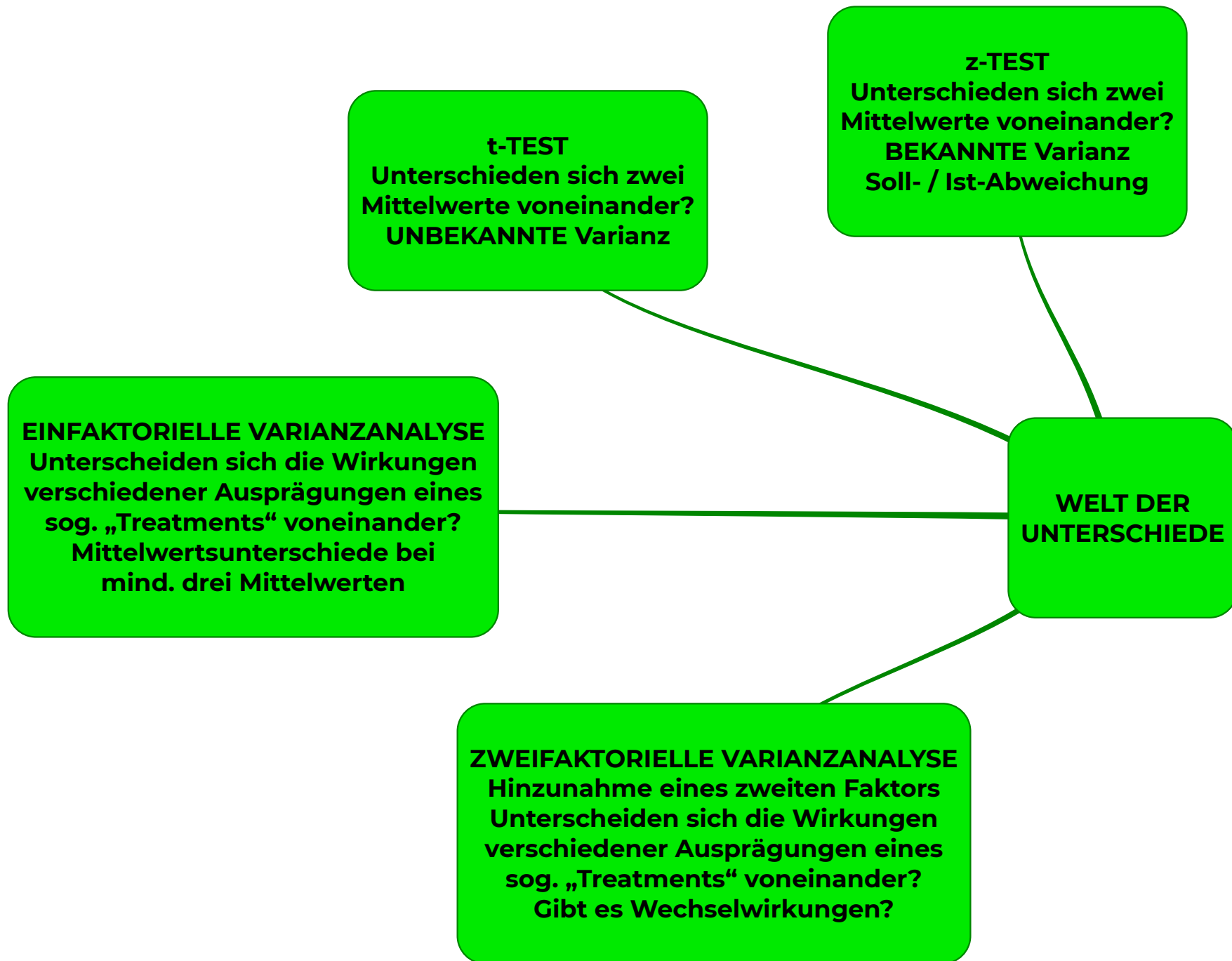
**PUNKT-  
SCHÄTZUNG**

**WELT DER SCHÄTZUNG  
VON KENNWERTEN**

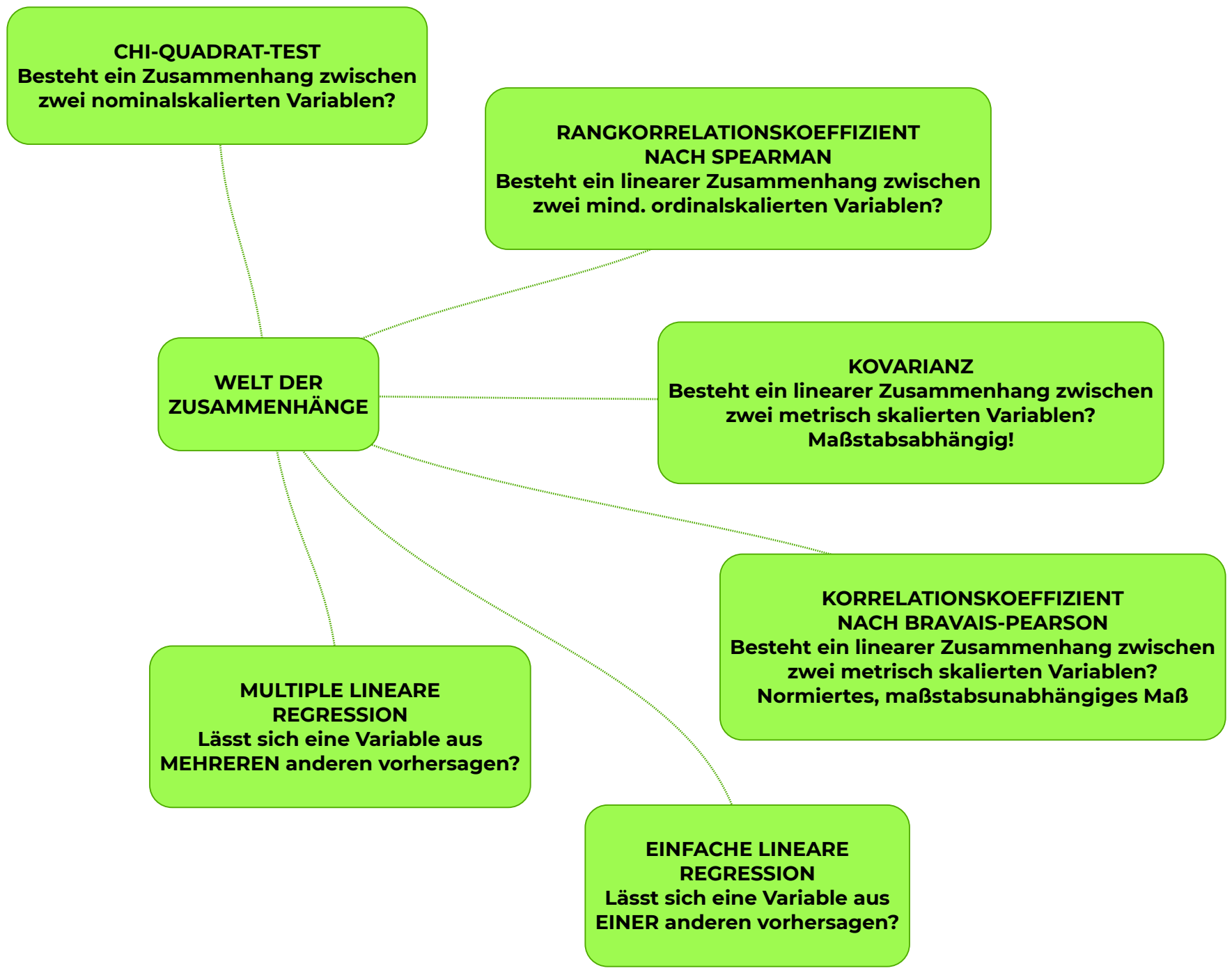
**SCHÄTZUNG DER VARIANZ  
in der Population**

**INTERVALL-  
SCHÄTZUNG**

**KONFIDENZINTERVALL**  
"Puffer" um einen gefundenen Mittelwert  
herum, in dem dieser mit einer  
bestimmten Wahrscheinlichkeit liegt







**WELT DER VERÄNDERUNGEN  
ÜBER DIE ZEIT HINWEG**

**t-TEST BEI ABHÄNGIGEN  
STICHPROBEN**  
Vergleich von zwei Mittelwerten:  
Unterscheiden sich die Werte einer Person  
zu zwei unterschiedlichen Zeitpunkten? ODER  
Unterscheiden sich die Werte eines Paares  
bzgl. eines Merkmals?

**VARIANZANALYSE MIT MESSWIEDERHOLUNG**  
Unterscheiden sich die Werte einer Person  
an mindestens drei unterschiedlichen Zeitpunkten?  
Vergleich von mindestens drei Mittelwerten / Messzeitpunkten  
bei denselben Personen

# WELT DES HYPOTHESENTESTENS

## WELT DER UNTERSCHIEDE

**t-TEST**  
Unterschieden sich zwei Mittelwerte voneinander?  
UNBEKANNTE Varianz

**z-TEST**  
Unterschieden sich zwei Mittelwerte voneinander?  
BEKANNTE Varianz  
Soll- / Ist-Abweichung

**EINFAKTORIELLE VARIANZANALYSE**  
Unterscheiden sich die Wirkungen verschiedener Ausprägungen eines sog. „Treatments“ voneinander?  
Mittelwertsunterschiede bei mind. drei Mittelwerten

**ZWEIFAKTORIELLE VARIANZANALYSE**  
Hinzunahme eines zweiten Faktors  
Unterscheiden sich die Wirkungen verschiedener Ausprägungen eines sog. „Treatments“ voneinander?  
Gibt es Wechselwirkungen?

## WELT DER ZUSAMMENHÄNGE

**CHI-QUADRAT-TEST**  
Besteht ein Zusammenhang zwischen zwei nominalskalierten Variablen?

**RANGKORRELATIONSKOEFFIZIENT NACH SPEARMAN**  
Besteht ein linearer Zusammenhang zwischen zwei mind. ordinalskalierten Variablen?

**KOVARIANZ**  
Besteht ein linearer Zusammenhang zwischen zwei metrisch skalierten Variablen?  
Maßstabsabhängig!

**KORRELATIONSKOEFFIZIENT NACH BRAVAIS-PEARSON**  
Besteht ein linearer Zusammenhang zwischen zwei metrisch skalierten Variablen?  
Normiertes, maßstabsunabhängiges Maß

**MULTIPLE LINEARE REGRESSION**  
Lässt sich eine Variable aus MEHREREN anderen vorhersagen?

**EINFACHE LINEARE REGRESSION**  
Lässt sich eine Variable aus EINER anderen vorhersagen?

## INFERENZSTATISTIK Welt des Schließens von der Stichprobe auf die Grundgesamtheit

## WELT DER SCHÄTZUNG VON KENNWERTEN

### PUNKT-SCHÄTZUNG

SCHÄTZUNG DES MITTELWERTS  
in der Population

SCHÄTZUNG VON ANTEILEN  
in der Population

SCHÄTZUNG DER VARIANZ  
in der Population

### INTERVALL-SCHÄTZUNG

**KONFIDENZINTERVALL**  
"Puffer" um einen gefundenen Mittelwert herum, in dem dieser mit einer bestimmten Wahrscheinlichkeit liegt

## WELT DER VERÄNDERUNGEN ÜBER DIE ZEIT HINWEG

**t-TEST BEI ABHÄNGIGEN STICHPROBEN**  
Vergleich von zwei Mittelwerten:  
Unterscheiden sich die Werte einer Person zu zwei unterschiedlichen Zeitpunkten? ODER  
Unterscheiden sich die Werte eines Pairs bzgl. eines Merkmals?

**VARIANZANALYSE MIT MESSWIEDERHOLUNG**  
Unterscheiden sich die Werte einer Person an mindestens drei unterschiedlichen Zeitpunkten?  
Vergleich von mindestens drei Mittelwerten / Messzeitpunkten bei denselben Personen

# Testverteilungen

*Was? Wofür?*





# Test- verteilungen

*Was?*

Theoretische Vorstellung  
davon, wie verschiedene  
Variablen wohl in der  
Population verteilt sind

- & welche Form diese Werte-  
Verteilungen annehmen

# Test- verteilungen

*Wofür?*

- Bei der Berechnung der Methoden kommen am Ende Werte heraus, die in eine bestimmten Verteilung hineinfallen
- Fallen diese Ergebnis-Werte in die äußeren Bereiche einer Verteilung:  
**signifikantes Ergebnis!**

*Kleiner Hinweis:*

Wir beschäftigen uns hier  
ausschließlich mit  
**stetigen** Zufallsvariablen  
& deren Verteilungen!

# Testverteilungen

*Welche gibt es?*

# Testverteilungen

*Welche gibt es?*

- **Normalverteilung:** Mutter aller anderen Testverteilungen!
  - Die meisten psychologischen Merkmale sind normalverteilt

Daraus abgeleitet werden:

- Standardnormalverteilung
- Chi-Quadrat,  $t$ - &  $F$ -Verteilung



# Normalverteilung

*Was?*

# Normalverteilung

*Was?*

## Wichtigste Verteilung!

- Theoretische Modellierung praktischer Fragen, z. B.:
  - Wie wahrscheinlich ist es, dass eine zufällig ausgewählte Frau überdurchschnittlich intelligent ist?
  - Berechnung von Wahrscheinlichkeiten & Testen von Hypothesen

# Normalverteilung

*Was?*

- Basis zur Ableitung weiterer Verteilungen
  - Diese gehen bei genügend großem  $n$  in die NV über bzw. können durch die NV angenähert werden (= zentraler Grenzwertsatz)
- Ergibt sich, wenn man eine Vielzahl zufälliger & unabhängiger Effekte aufsummiert

# Normalverteilung

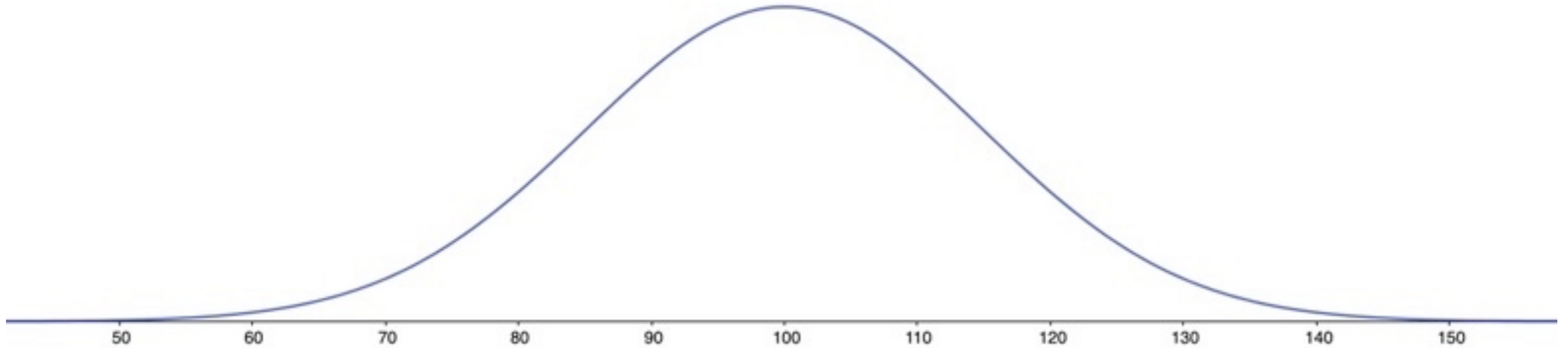
*Was?*

## Eigenschaften:

- Glockenförmige stetige Verteilung
- Symmetrisch & unimodal
- Nähert sich asymptotisch der Abszisse an, berührt sie aber an keinem Punkt
  - Normalverteilte Variablen sind theoretisch nicht nach oben oder unten beschränkt!
- Ereignisse um den Mittelwert herum besitzen die größte Auftretenswahrscheinlichkeit

# Normalverteilung

*Form*



# Normalverteilung

*Was?*

Dichte bzw. Gestalt:

- Hängt von  $\mu$  und  $\sigma^2$  ab:  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$
- Symmetrisch bezüglich  $\mu$
- Die Dichtefunktion gibt **nicht** die Wahrscheinlichkeit für einen bestimmten Wert an!
  - Fläche unterhalb der Dichtefunktion ist die Grundlage zur Berechnung von **Wahrscheinlichkeiten für Intervalle**

# Normalverteilung

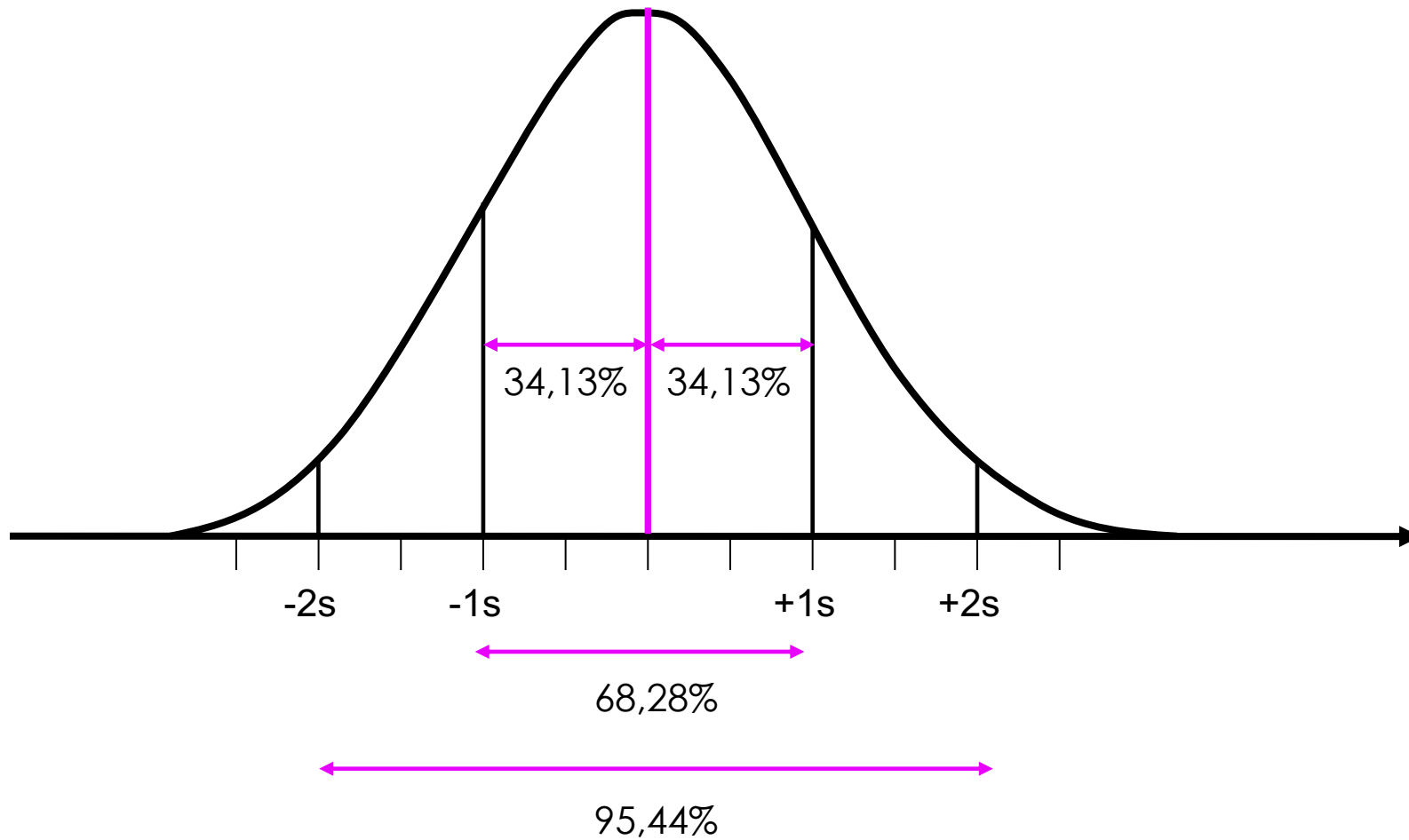
## *Verteilung der Werte*

### Wo befinden sich wie viel % der Werte?

- 34,13% aller Werte befinden sich jeweils zwischen Mittelwert und  $\pm 1$  Standardabweichung
- 68,28% aller Werte befinden sich im Bereich von  $\pm 1$  Standardabweichung um den Mittelwert
- 95,44% aller Werte befinden sich im Bereich von  $\pm 2$  Standardabweichung um den Mittelwert
  - Wichtig zu wissen, um Fragestellungen grob im Kopf zu überschlagen!

# Normalverteilung

*Verteilung der Werte*





Übung



# Übung

Die Leistungsbereitschaft ist normalverteilt mit Erwartungswert 50 und einer Standardabweichung von 10 (auf einer Skala von 0 = gar nicht bis 100 = sehr stark)

Wie groß ist dann die Wahrscheinlichkeit

$$P = P(40 \leq X \leq 50)$$

dafür, dass das Testergebnis einer zufällig ausgewählten Person in das Intervall [40; 50] fällt?

- Bitte zeichne dazu die dazugehörige Normalverteilungs-Kurve mit Standardabweichungen!



# Test auf Normalverteilung

*Mit SPSS*

# Standard- normalverteilung (SNV)

*Was?*

# SNV

*Was?*

= z-transformierte  
Normalverteilung!

- Ergebnis:

Dimensionslose Zahlen!

➤ Aus den Einheiten der Rohwerte werden nun Standardabweichungseinheiten

# SNV

*Wofür?*

- Um den **z-Test** auf **Mittelwertsunterschiede** durchzuführen
- Um die **Wahrscheinlichkeit** zu berechnen, dass Werte in einen bestimmten Bereich der Verteilung fallen

# SNV

*Wofür?*

- Um Zufallsvariablen, die auf verschiedenen Messskalen gemessen wurden, miteinander vergleichen zu können
  - z. B. Vergleich der Ergebnisse verschiedener IQ-Tests

# z-Transformation

*Was?*

= Standardisierung (Lineartransformation)

- Streckung oder Stauchung der verwendeten Messskala
- Verschiebung des Nullpunkts

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$$

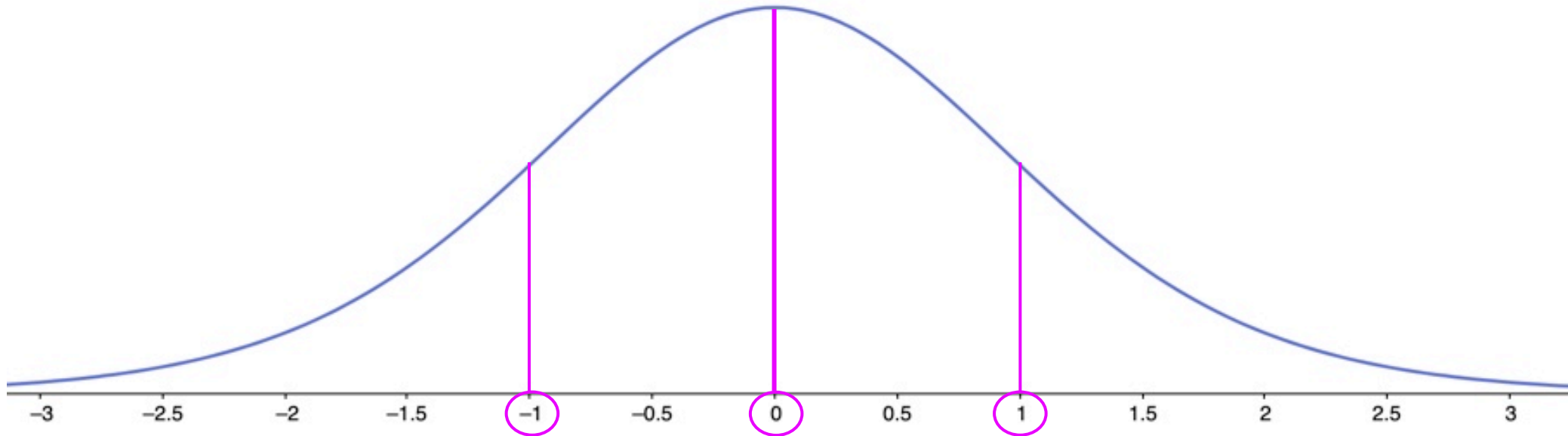
**Berechnung:**

- Zufallsvariable  $X$  wird in eine neue Variable  $Z$  umgewandelt
- Erwartungswert:  $E(Z) = 0$
- Varianz:  $V(Z) = 1$



# Standardnormalverteilung

## *Form und Werte*

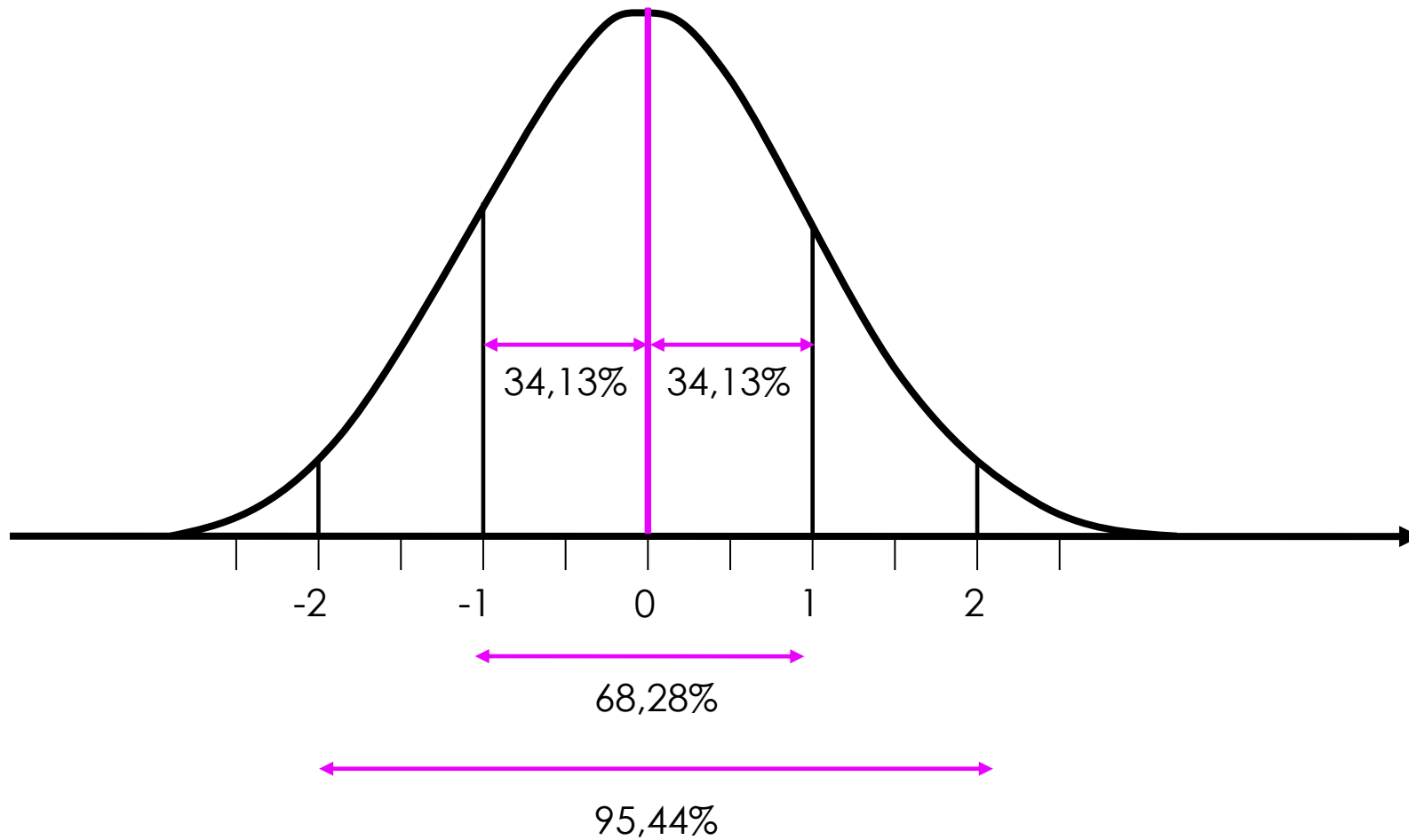


Egal, welche Werte ursprünglich in der NV auf der x-Achse standen:

- nach z-Transformation ist der Mittelwert immer 0 und die Standardabweichungen sind immer bei -1 und 1

# Standardnormalverteilung

*Verteilung der Werte*



Übung



# Übung

Herr Müller-Lüdenscheidt erzielte in zwei verschiedenen Konzentrationstests folgende Werte:

- **Test 1:** 42 Punkte (von 60 Maximal-Punkten)
  - Erwartungswert: 35, Standardabweichung: 8
- **Test 2:** 15 Punkte (von 20 Maximal-Punkten)
  - Erwartungswert: 12, Standardabweichung: 2.5
- Bitte standardisiere & vergleiche die Testergebnisse und interpretiere sie inhaltlich!
  - Zeichne bitte die Normal- sowie Standardnormalverteilungskurven & verwende als Erwartungswert den Mittelwert dieser Stichprobe sowie deren Standardabweichung



# Weitere Testverteilungen

*Was?*

# Weitere Test- verteilungen

*Was?*

- $\chi^2$ -Verteilung
- $t$ -Verteilung
- $F$ -Verteilung
- Abgeleitet aus der Normalverteilung
- Jeweilige Form hängt von Freiheitsgraden ( $df$ ) ab

# Weitere Test- verteilungen

*Wofür?*

➤  $\chi^2$ -Verteilung:

z. B. Test auf Unabhängigkeit  
zweier nominalskalierter  
Variablen

➤  $t$ -Verteilung:

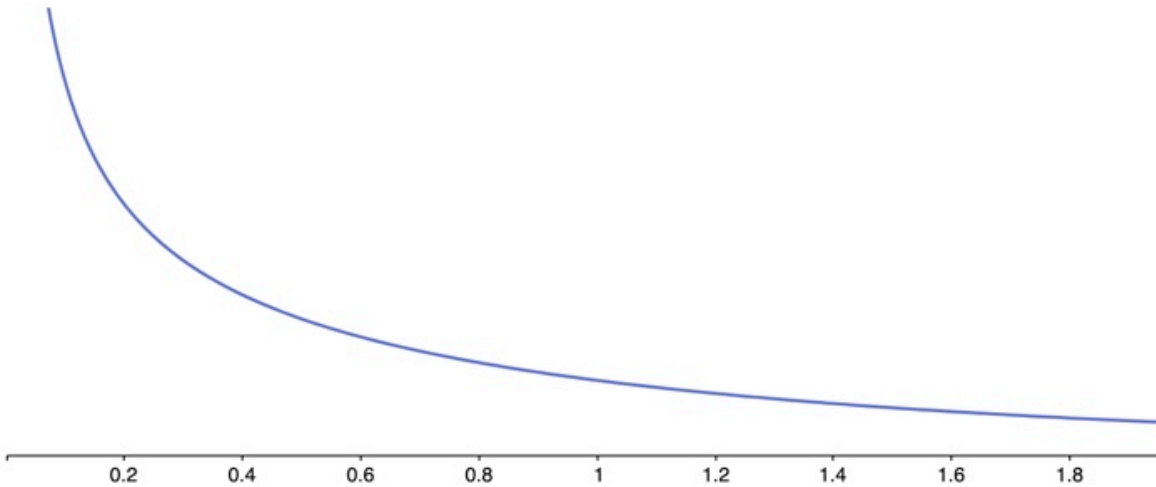
Test auf  
Mittelwertsunterschiede

➤  $F$ -Verteilung:

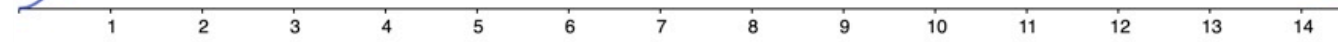
Teststatistik bei der Varianz- &  
Regressionsanalyse

# Chi-Quadrat-Verteilung

*Form*



Chi-Quadrat  Freiheitsgrade



Chi-Quadrat  Freiheitsgrade



# Freiheitsgrade

*Was ist das?*

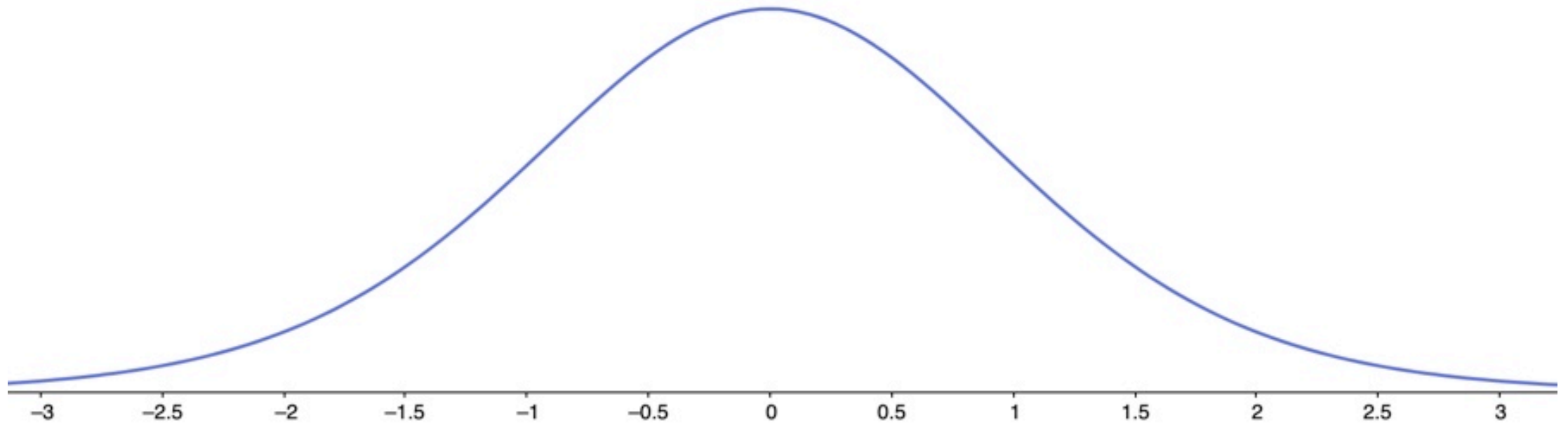
= *df*, degrees of freedom

- Anzahl der Werte, die bei der Berechnung eines Kennwerts frei variieren können
- **Faustregel:** Ein Freiheitsgrad muss für jeden Parameter, der für die Berechnung eines statistischen Ausdrucks benötigt wird, abgezogen werden

## Beispiele

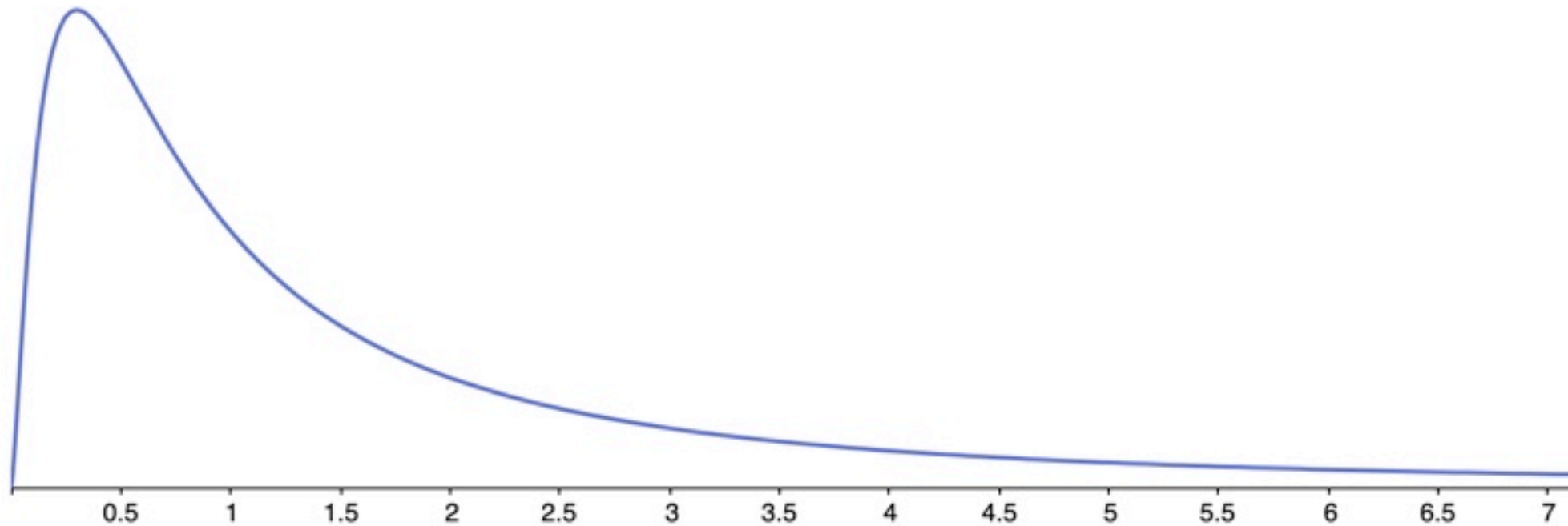
- Mittelwert:  $n$  Freiheitsgrade
- Varianz:  $n - 1$  Freiheitsgrade, weil der Mittelwert, der in die Berechnung eingeht, bereits vorgegeben ist

# $t$ -Verteilung *Form*



# F-Verteilung

*Form*



F-Verteilung



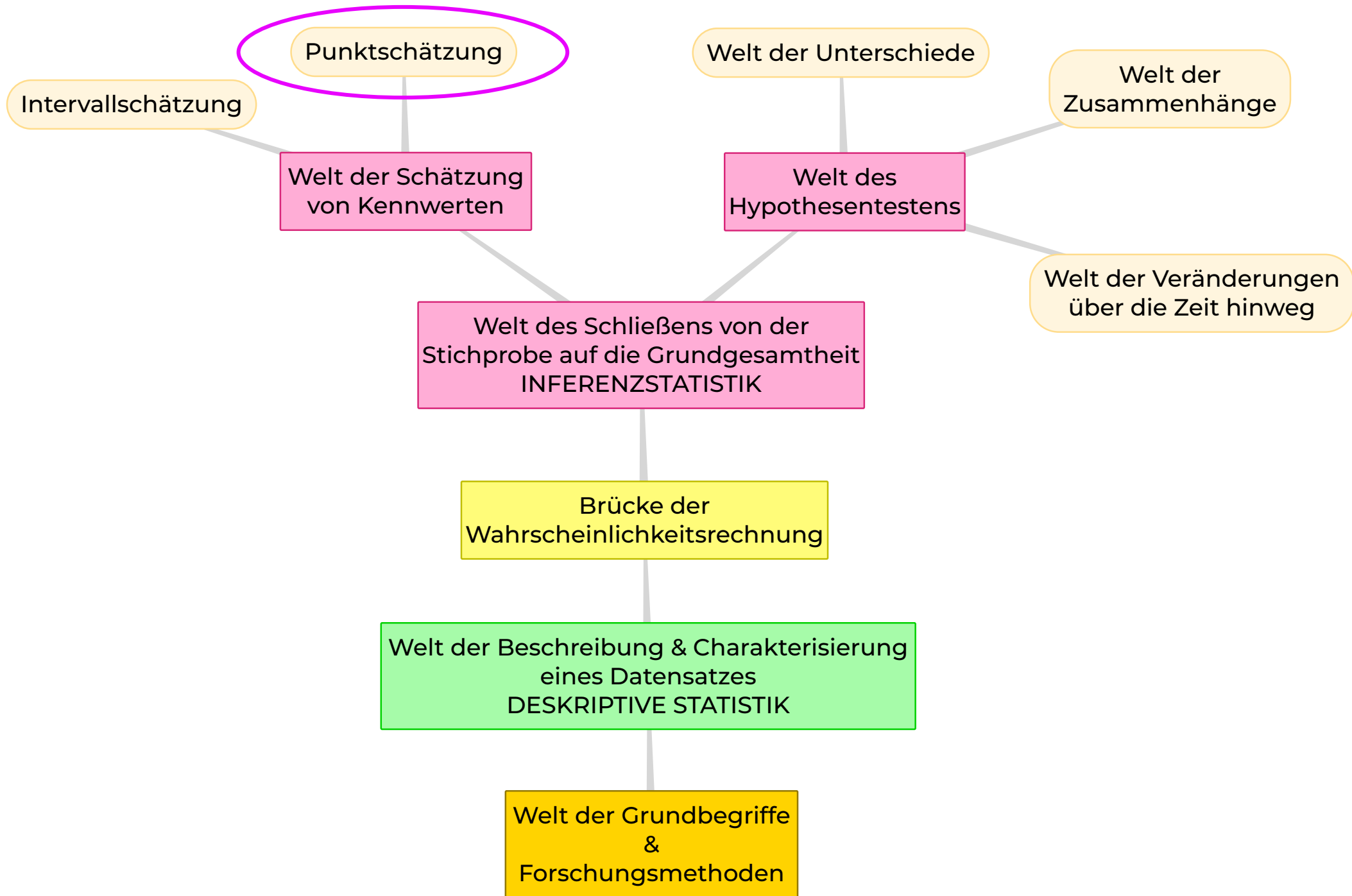
Freiheitsgrade1

5

Freiheitsgrade2

2

Erwartungswert  $\mu$   
*Was?*



$\mu$   
Was?

- $\mu$  ist der Mittelwert in einer theoretischen Verteilung von unendlich vielen Mittelwerten
  - der Mittelwert aller Mittelwerte!  
= Populationsmittelwert

$\mu$

*Wofür?*

- Um zu schätzen, welcher durchschnittliche Wert für ein bestimmtes Merkmal in der Population vorliegt, z. B. die durchschnittliche Empathiefähigkeit aller Deutschen
- Wird durch den Stichproben-Mittelwert  $\bar{X}$  geschätzt
- Nur bei metrischen Variablen anwendbar!

Standardfehler des Mittels  $\sigma_{\bar{x}}$

*Was?*



$\sigma_{\bar{x}}$   
*Was?*

$\sigma_{\bar{x}}$  ist die Standardabweichung  
in einer theoretischen  
Verteilung von unendlich vielen  
Mittelwerten

$\sigma_{\bar{x}}$   
*Wofür?*

- Maß dafür, wie gut der Mittelwert einer Stichprobe  $\bar{x}$  den Populationsmittelwert  $\mu$  schätzt
- Nur bei metrischen Variablen anwendbar!

Standardfehler  $\sigma_{\bar{x}}$  und  $\mu$

*Wie sieht das grafisch aus?*

# Resilienz

## *Beispiel*

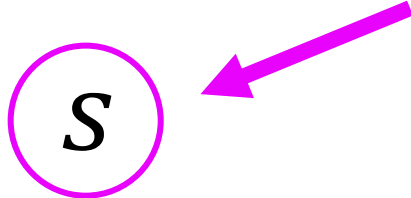
- Normalverteiltes Merkmal
- Skala von 0 – 100
- Zufallsstichprobe von 150 Erwachsenen in D
- Resilienz-Test durchführen
  - Stichprobenmittelwert  $\bar{x}$  berechnen

Standardfehler  $\sigma_{\bar{x}}$   
*Berechnung*

# Standardfehler *Formel*

$$\sigma_{\bar{X}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

Entspricht:

$$\sigma_{\bar{X}} = \frac{s}{\sqrt{n}}$$


A large, golden maze with a person standing in the center, looking out. The maze is made of raised, golden walls and is set against a dark background. The person is a small figure in the distance, wearing a light-colored dress, standing in a path that leads towards the center of the maze.

*1. Schritt:*

Standardabweichung  
berechnen

*2. Schritt:*

Durch Wurzel aus  $n$  teilen

# Resilienz *Datensatz*

- Skala von 0 – 100;  $n = 8$

**56**

**80**

**66**

**74**

**59**

**65**

**48**

**70**





*1. Schritt:*

Standardabweichung  
berechnen

# Resilienz *Datensatz*

- Skala von 0 – 100;  $n = 8$

**56    80    66    74    59    65    48    70**

- Bei der Berechnung der Standardabweichung wird durch  $n - 1$  geteilt!
- Standardabweichung = 10.26
- Mittelwert = 64.75

A large, circular maze with a person standing in the center, looking out. The maze is made of light-colored concrete walls, and the person is a small figure in the distance, wearing a white dress. The lighting is dramatic, with the center of the maze being brightly lit and the outer edges being in shadow.

*2. Schritt:*

Durch Wurzel aus  $n$   
teilen

Resilienz  
*Datensatz*

$$\sigma_{\bar{X}} = \frac{s}{\sqrt{n}}$$

$$\sigma_{\bar{X}} = \frac{10.26}{\sqrt{8}} = 3.63$$

Standardfehler  $\sigma_{\bar{x}}$   
*Größerer Datensatz*

# Resilienz

## *Beispiel*

- Skala von 0 – 100
- Zufallsstichprobe von 150 Erwachsenen in D

$$\sigma_{\bar{X}} = \frac{10.26}{\sqrt{150}} = 0.84$$

*Hinter die Löffelchen schreiben:*

Je größer die Stichprobe,  
desto kleiner der  $\sigma_{\bar{x}}$

& desto genauer  
die Schätzung des  
Populationsmittelwerts!



Interpretation:

*Wie sag' ich's Tante Erna?*





# Resilienz

## *Interpretation*

„Die VPn waren insgesamt überdurchschnittlich psychisch widerstandsfähig.“

(Mittelwert von 64.75, Skala 0 – 100)

„Man kann davon ausgehen, dass das Ergebnis ziemlich gut das Gros aller Erwachsenen in Deutschland widerspiegelt.“

(Standardfehler von 0.84)

*Hinter die Löffelchen schreiben:*

Bei der Interpretation  
immer die verwendete  
Skala & die Größe des  
Mittelwerts beachten!

Standardfehler  $\sigma_{\bar{x}}$

*Bei SPPS*

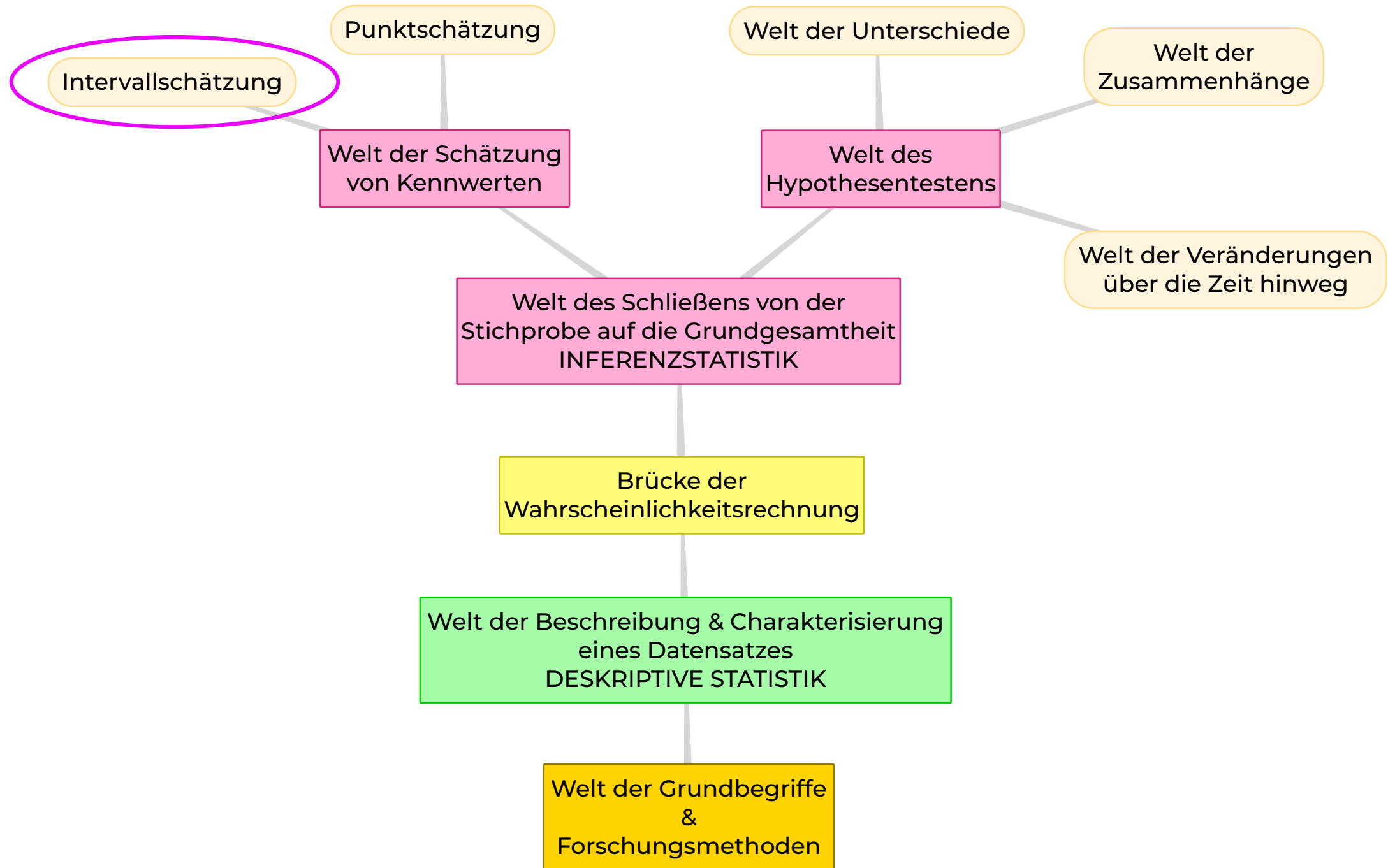
# Standardfehler $\sigma_{\bar{x}}$

*Bei SPSS*

		Statistik	Std.-Fehler	
Wie viele Stunden Fernsehen pro Tag	Mittelwert	2,86	,046	
	95% Konfidenzintervall des Mittelwerts	Untergrenze	2,77	
		Obergrenze	2,95	
	5% getrimmtes Mittel	2,64		
	Median	2,00		
	Varianz	5,049		
	Std.-Abweichung	2,247		
	Minimum	0		
	Maximum	21		
	Spannweite	21		
	Interquartilbereich	3		
	Schiefe	2,572	,051	
	Kurtosis	12,336	,101	

Konfidenzintervall (KI)

*Was?*



# Konfidenz -intervall

*Was?*

- “Puffer” um einen in einer Stichprobe gefundenen Wert
  - Bereich, in dem sich der wahre Wert mit einer hohen Wahrscheinlichkeit – meist 95% – befindet

# Konfidenz- intervall

*Wofür?*

- Um der Tatsache gerecht zu werden, dass alle psychologischen Messungen fehlerbehaftet sind
  - Um statt definitiven Festlegungen einen **Bereich** anzugeben, innerhalb dessen sich der wahre Wert höchstwahrscheinlich befindet



# KI für den Mittelwert

## *Allgemeines*

- Wahrscheinlichkeit von z. B.  $1 - \alpha = 0,95$  für den Parameter  $\mu$  bedeutet, dass das KI den Populationsmittelwert  $\mu$  in 95 von 100 Stichproben enthält  
= **Konfidenzniveau** von 95%
  - $\alpha$  ist die Irrtumswahrscheinlichkeit, hier 5%
- Wahrscheinlichkeitsaussage, die sich auf ein **Intervall** und nicht auf den wahren Wert bezieht!

**Daher:**

- $\mu$  **kann**, muss aber nicht im KI enthalten sein!

# KI für den Mittelwert

## *Allgemeines*

- Je **enger** das Intervall, desto **genauer** wird der unbekannte Parameter in der Population geschätzt
- Je **breiter** das Intervall, desto **ungenauer** wird der unbekannte Parameter in der Population geschätzt
  - Sehr wichtig beim psychologischen Testen, da alle Messwerte fehlerbehaftet sind!
  - Der Messwert einer Person wird dadurch nicht als definitiv festgelegt, sondern ein „Pufferband“ herumgelegt

# KI für den Mittelwert

## *Berechnung*

### Beispiel-Studie

- Zufallsvariable: Ausmaß der Begeisterung für Statistik nach Lektüre eines Statistik-Buchs
- $N = 200$  Fernstudent\*innen
- Merkmal ist normalverteilt, die **Varianz bekannt**
  - Nun interessiert uns, in welchen Bereich  $\mu$  mit einer Wahrscheinlichkeit von 95% fällt

# KI für den Mittelwert

## *Berechnung*

- Datenerhebung
- Berechnung des Mittelwerts  $\bar{X}$ 
  - Berechnung des Konfidenzintervalls:

$$KI = \left[ \bar{X} - z_{1-\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}; \bar{X} + z_{1-\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right]$$

- Wenn  $\alpha = 5\%$  bzw.  $0,05$  ist, dann ist  $z_{1-\alpha/2} = z_{0,975}$ 
  - der Wert in der SNV, an dem sich 97.5% aller Werte angesammelt haben

# Wie finde ich den z-Wert?

## *Berechnung*

In der Tabelle der Standardnormalverteilung!

---

$p$	0,500	0,600	0,700	0,800	0,900
$z_p$	0,0000	0,2533	0,5244	0,8416	1,2816

---

---

$p$	0,950	0,975	0,990	0,995	0,999
$z_p$	1,6449	1,9600	2,3263	2,5758	3,0902

---

# KI für den Mittelwert

## *Berechnung*

Kodierung des Ausmaßes an Begeisterung von 1 bis 10:

➤ 1=keine 10=extrem, fast nicht mehr auszuhalten

• Gefunden:  $\bar{X} = 6,8$  ; bekannte Varianz = 1 ;  $n = 200$

$$KI = \left[ \bar{X} - z_{1-\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} ; \bar{X} + z_{1-\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right]$$

•  $z_{1-\alpha/2} = z_{0,975} = 1,96$

➤  $KI = \left[ 6,8 - 1,96 \cdot \frac{1}{\sqrt{200}} ; 6,8 + 1,96 \cdot \frac{1}{\sqrt{200}} \right]$

➤  $KI = [6,66 ; 6,94]$



Interpretation:

*Wie sag' ich's Tante Erna?*



# Konfidenzintervall

## *Interpretation*

„Die Begeisterung für Statistik nach Lektüre eines Statistik-Buchs war im überdurchschnittlichen Bereich.“

(Mittelwert von 6.8, Skala 1 – 10)

„Man kann davon ausgehen, dass das Ergebnis eine ziemlich genaue Schätzung der tatsächlichen Statistik-Begeisterung bei Fernstudierenden darstellt.“

(KI zwischen 6.66 und 6.94)



Übung



# Übung

Berechne bitte das 95%-Konfidenzintervall für das durchschnittliche Konzentrations-Niveau (0 = keine bis 10 = sehr hohe Konzentration) in Online-Kursen für folgende Werte:

9    7    4    5    6    2    0    1

$$KI = \left[ \bar{X} - z_{1-\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}; \bar{X} + z_{1-\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right]$$

- Es handelt sich um eine normalverteilte Variable mit Varianz = 9,64
  - Welche Aussage lässt sich aufgrund des Ergebnisses treffen?



# KI für den Mittelwert

## *Berechnung*

Bei **unbekannter** Varianz:

- Statt des z-Werts in der Formel wird ein **t-Wert** aus der t-Verteilung eingesetzt
- Achtung: bei der Berechnung der Standardabweichung wird durch  $n - 1$  geteilt!

$$KI = \left[ \bar{X} - t_{\left(1 - \frac{\alpha}{2}; n - 1\right)} \frac{s}{\sqrt{n}} ; \bar{X} + t_{\left(1 - \frac{\alpha}{2}; n - 1\right)} \frac{s}{\sqrt{n}} \right]$$

Konfidenzintervall (KI)

*Bei SPSS*

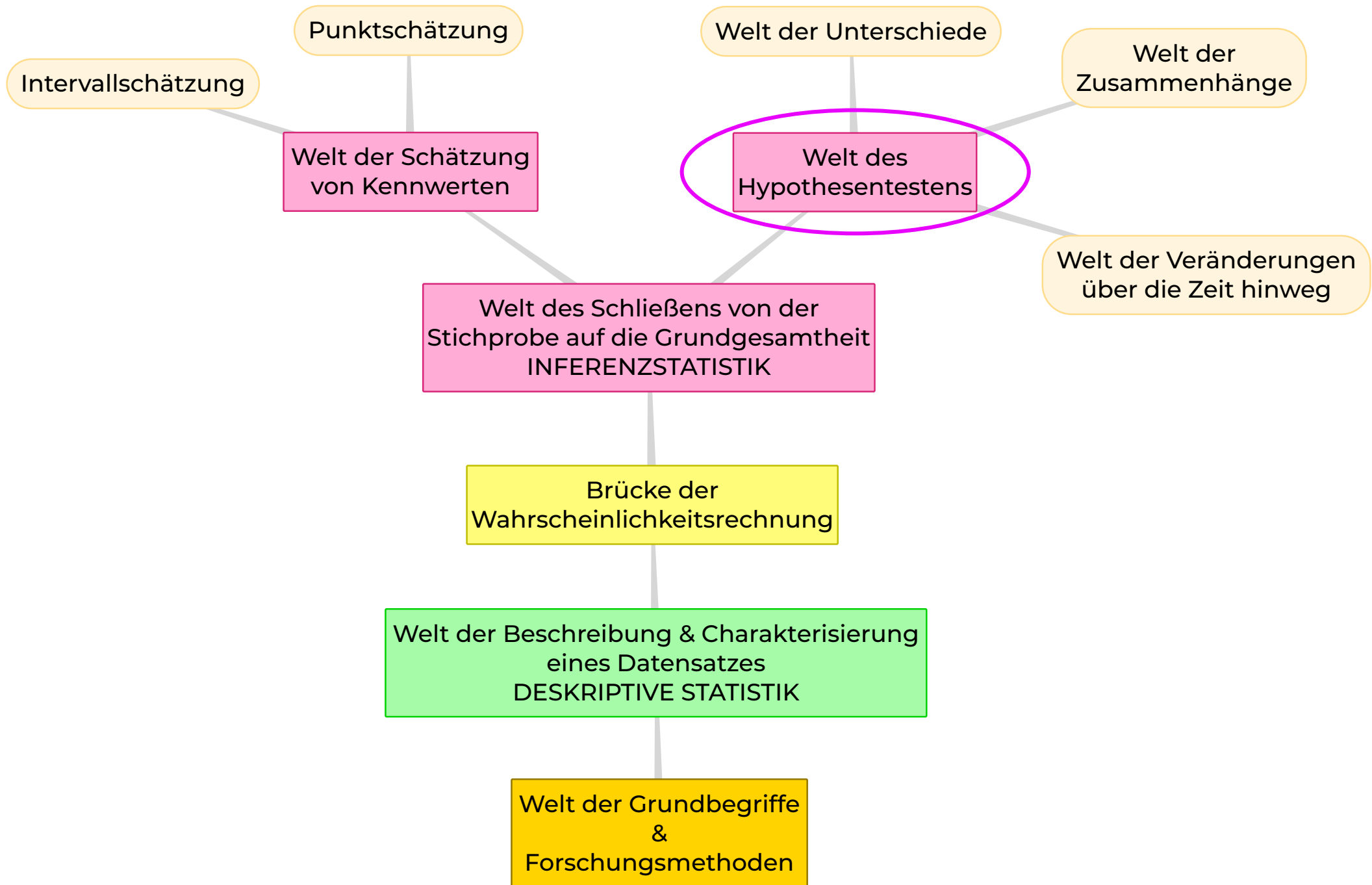
# KI für den Mittelwert

*Bei SPSS*

		Statistik	Std.-Fehler	
Wie viele Stunden Fernsehen pro Tag	Mittelwert	2,86	,046	
	95% Konfidenzintervall des Mittelwerts	Untergrenze	2,77	
		Obergrenze	2,95	
	5% getrimmtes Mittel	2,64		
	Median	2,00		
	Varianz	5,049		
	Std.-Abweichung	2,247		
	Minimum	0		
	Maximum	21		
	Spannweite	21		
	Interquartilbereich	3		
	Schiefe	2,572	,051	
	Kurtosis	12,336	,101	

# Hypothesentesten

*Worum geht's?*



# Hypothesen -testen

*Was?*

- Herzstück der Inferenzstatistik
  - Überprüfung der Forschungsfragen mit unterschiedlichen Methoden
- Methode abhängig von Fragestellung & Skalenniveau



# Hypothesen -testen

*Wofür?*

- Um zwei konkurrierende Hypothesen zu überprüfen:
  - Forschungs- oder Alternativhypothese  $H_1$
  - Nullhypothese  $H_0$
- Entscheidung für eine der Hypothesen kann jedoch immer falsch sein:
  - $\alpha$ - und  $\beta$ -Fehler

# Was ist eine Hypothese?

- Aussage bzw. Schlussfolgerung, die aus einer Theorie abgeleitet wird

## Forschungs- oder Alternativhypothese $H_1$ :

- Die Herausforderung: Neue Aussage, die über den bisherigen Wissensstand hinausgeht

## Nullhypothese $H_0$ :

- Die Bewahrerin des Status Quo: Hypothese, die den bisherigen Wissensstand widerspiegelt
  - Besagt, dass der von  $H_1$  postulierte Unterschied bzw. Zusammenhang **nicht** existiert

# Typische Hypothesen-Arten

## Gerichtete Hypothesen

- **Rechtsseitig:** Frauen sind zufriedener als Männer
- **Linksseitig:** Frauen sind weniger zufrieden als Männer

## Ungerichtete Hypothesen

- **Zweiseitig:** Frauen unterscheiden sich von Männern in ihrer Zufriedenheit (Richtung unklar!)
  - Die jeweiligen Nullhypothesen dazu besagen, dass der postulierte Unterschied nicht existiert!

# Hypothesentesten

## *Vorgehen*

- Formulierung von Null- und Alternativhypothese
- Annahmen über Stichprobengröße, Verteilung der Prüfgröße in der Population, etc.
- Erhebung von Stichprobendaten
  - Berechnung einer Prüfgröße, z. B.  $\mu$  bzw.  $\bar{x}$

# Hypothesentesten

## *Vorgehen*

- Errechnete Prüfgröße  $\mu$  wird zu der Prüfgröße der Verteilung  $\mu_0$  in Beziehung gesetzt
  - Entscheidung, ob  $H_1$  angenommen oder verworfen wird
- Die errechnete Prüfgröße wird nun in die Verteilung von  $\mu_0$  „eingetragen“
  - Fällt die Prüfgröße in den vorab definierten Bereich  $\alpha$  bzw.  $\alpha/2$ ?

# Hypothesentesten

## *Vorgehen*

Dies bedeutet:

- Ist das in der Stichprobe gefundene Ergebnis so unwahrscheinlich (z. B.  $\alpha = 5\%$ ), weicht also so weit vom erwarteten „üblichen“ Ergebnis ab, dass es als signifikant zu betrachten ist?
  - Wenn ja, Annahme von  $H_1$  mit einer Irrtumswahrscheinlichkeit von  $\alpha = 5\%$  (0.05)
  - Wenn nein, Beibehaltung von  $H_0$

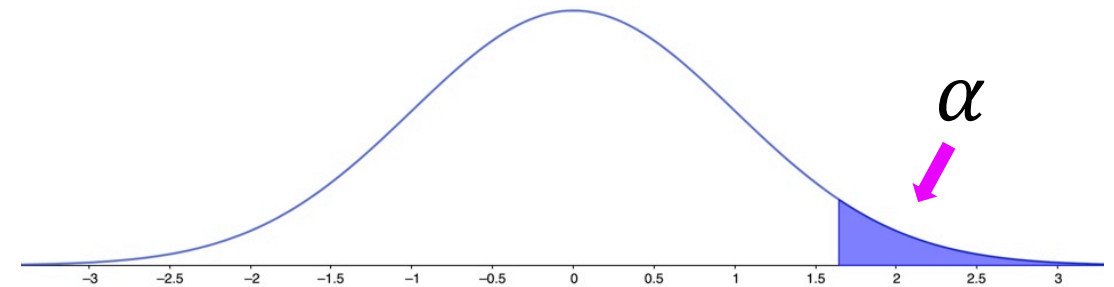
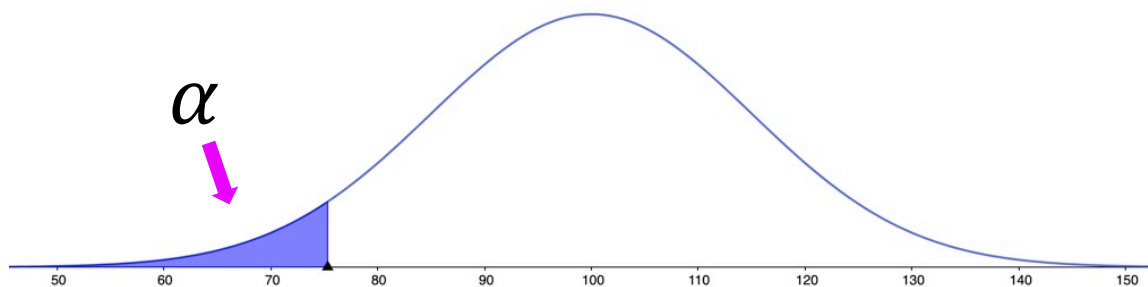
*Hinter die Löffelchen schreiben:*

Getestet  
wird immer die  
Gültigkeit der  $H_0$ !

# Was ist das Signifikanzniveau $\alpha$ ?

## *Irrtumswahrscheinlichkeit*

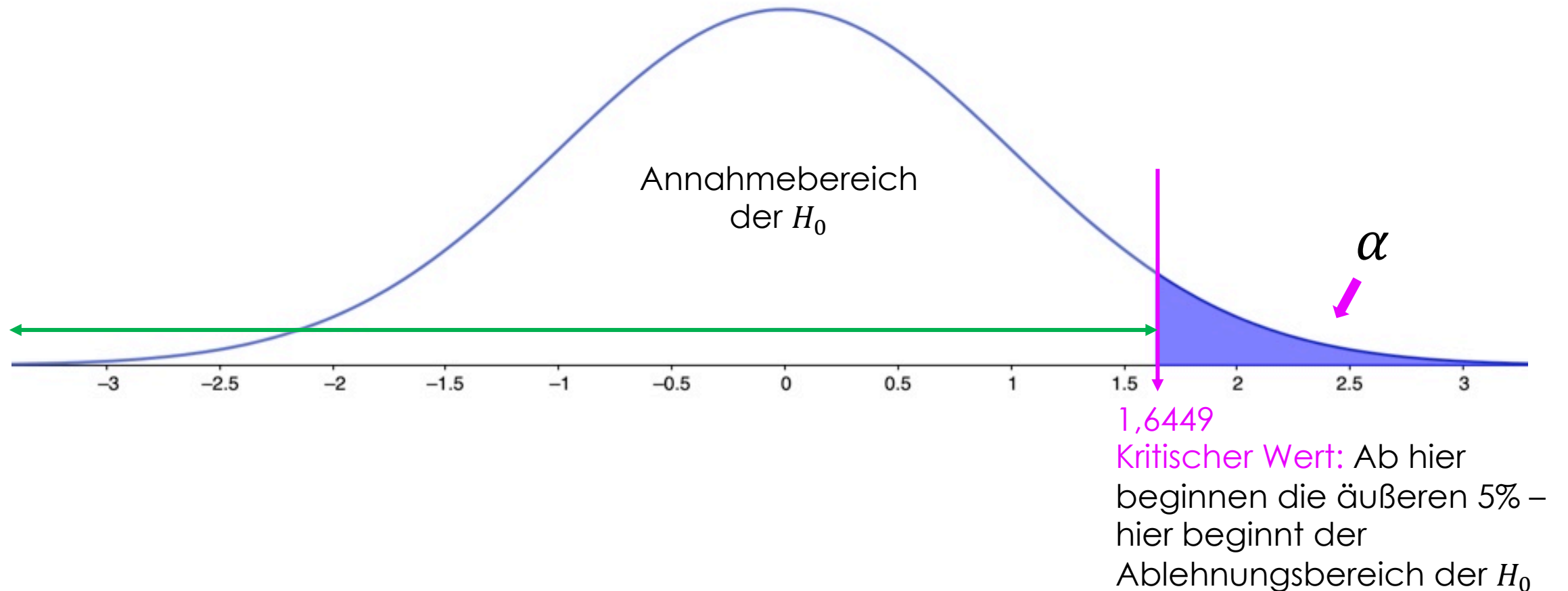
- Designparameter des Tests, meist  $\alpha = 0,05$  oder  $0,01$ 
  - Wird von den Forscher\*innen festgelegt
- Wahrscheinlichkeit für den Eintritt des Fehlers 1. Art
  - Fälschliche Zurückweisung der Nullhypothese
  - Achtung: wird bei zweiseitigen Hypothesen auf beide Seiten aufgeteilt!





# Was ist das Signifikanzniveau $\alpha$ ?

*Irrtumswahrscheinlichkeit*



# Hypothesentesten

## *Fehler 1. und 2. Art*

- Entscheidung für eine der beiden Hypothesen kann falsch sein!

### Fehler 1. Art = Alpha-Fehler:

- Blinder Alarm
  - Signifikantes Ergebnis, aber in Wahrheit stimmt die Nullhypothese
  - Fälschliche Zurückweisung der Nullhypothese

# Hypothesentesten

## *Fehler 1. und 2. Art*

Fehler 2. Art = Beta-Fehler:

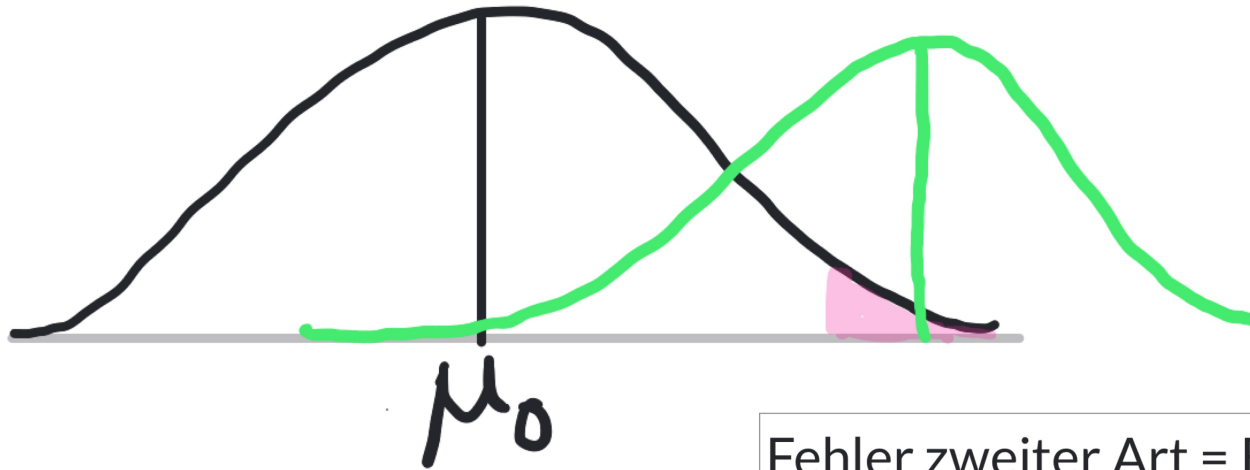
- Unterlassener Alarm
  - Kein signifikantes Ergebnis, aber in Wahrheit stimmt die Alternativhypothese
  - Fälschliche Verwerfung der Alternativhypothese

Fehler 1. & 2. Art

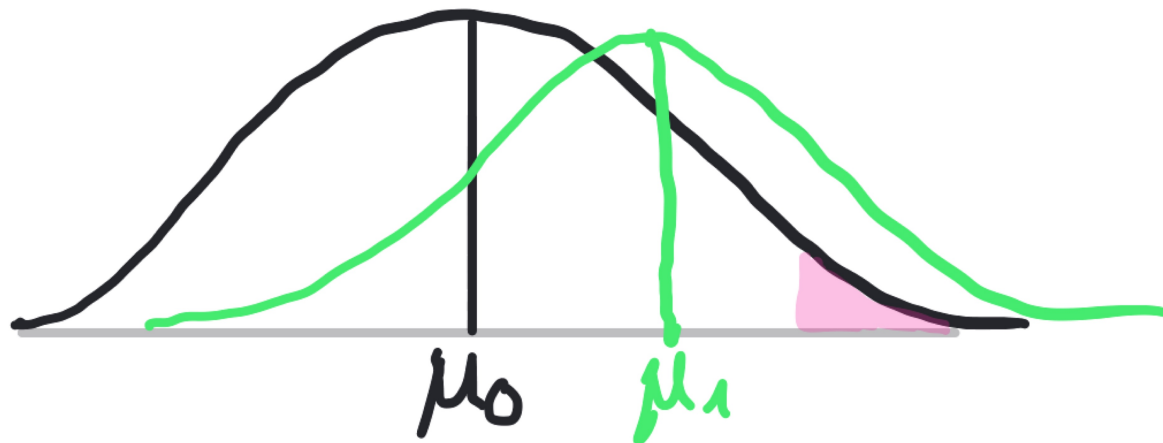
*Wie sieht das grafisch aus?*

## Ergebnis Studie

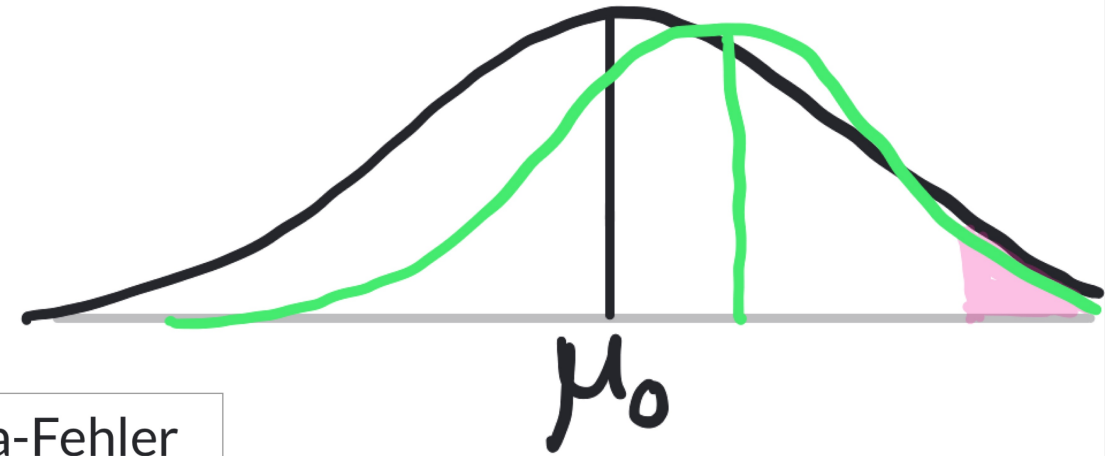
Fehler erster Art = Alpha- Fehler



Fehler zweiter Art = Beta-Fehler



## Realität





Raubtierfütterung!

*Mittagspause*

# Nachweis *Bilder*

- Alle Bilder © 123RF.com
- Ausnahme: Rosa Chamäleon-Kopf letzte Folie – von Unsplash